


Профессиональная образовательная автономная некоммерческая организация
«Столичный бизнес колледж»

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель директора по МР
 / Н.Е. Губина
« 25 » февраля 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

по дисциплине	<u>ЕН.01 Математика</u>
специальность	<u>40.02.01 Право и организация социального обеспечения</u>
Квалификация выпускника	<u>юрист</u>
Форма обучения	<u>очная, заочная</u>
Срок обучения	<u>1 года 10 месяцев на базе среднего общего образования 2 года 10 месяцев на базе основного общего образования 2 года 10 месяцев на базе среднего общего образования</u>

Йошкар-Ола
2021 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	3
2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	5
3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	11
4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	12

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1 Область применения программы

Программа учебной дисциплины «Математика» является частью основной профессиональной образовательной программы в соответствии с ФГОС СПО по специальности 40.02.01 Право и организация социального обеспечения.

Рабочая программа может быть использована в дополнительном профессиональном образовании в рамках реализации программ переподготовки кадров.

1.2 Место дисциплины в структуре основной образовательной программы:
Учебная дисциплина «Математика» относится к математическому и общему естественнонаучному циклу основной образовательной программы в соответствии с ФГОС СПО по специальности 40.02.01 Право и организация социального обеспечения.

1.3 Цели и планируемые результаты освоения дисциплины:

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися осваиваются умения и знания

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 1-6, 9	У1 решать задачи на отыскание производной сложной функции, производных второго и высших порядков; У2 применять основные методы интегрирования при решении задач; У3 применять методы математического анализа при решении задач прикладного характера, в том числе профессиональной направленности.	З1 основные понятия и методы математического анализа; З2 основные численные методы решения прикладных задач.

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися формируются общие компетенции:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 9. Ориентироваться в условиях постоянного изменения правовой базы.

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися формируются личностные результаты:

ЛР 2. Проявляющий активную гражданскую позицию, демонстрирующий приверженность принципам честности, порядочности, открытости, экономически активный и участвующий в студенческом и территориальном самоуправлении, в том числе на условиях добровольчества, продуктивно взаимодействующий и участвующий в деятельности общественных организаций.

ЛР 4. Проявляющий и демонстрирующий уважение к людям труда, осознающий ценность собственного труда. Стремящийся к формированию в сетевой среде лично и профессионального конструктивного «цифрового следа».

ЛР 10. Заботящийся о защите окружающей среды, собственной и чужой безопасности, в том числе цифровой.

ЛР 13. Демонстрирующий готовность и способность вести с другими людьми, достигая в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения в профессиональной деятельности.

ЛР 14. Проявляющий сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.

ЛР 18. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие.

ЛР 20. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

ЛР 22. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.

ЛР 32. Проявлять доброжелательность к окружающим, деликатность, чувство такта и готовность оказать услугу каждому кто в ней нуждается.

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1 Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Форма обучения: очная

Вид учебной работы	Объем часов
Объем образовательной программы учебной дисциплины	51
в т.ч. в форме практической подготовки	-
в том числе:	
лекционные занятия	14
практические занятия	20
Самостоятельная работа	17
Промежуточная аттестация в форме дифференцированного зачета	

Форма обучения: заочная

Вид учебной работы	Объем часов
Объем образовательной программы учебной дисциплины	51
в т.ч. в форме практической подготовки	-
в том числе:	
лекционные занятия	4
практические занятия	6
Самостоятельная работа	41
Промежуточная аттестация в форме дифференцированного зачета	

2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала и формы организации деятельности обучающихся	Объем, академических часов / в том числе в форме практической подготовки, академических часов (очная форма обучения)	Объем, академических часов / в том числе в форме практической подготовки, академических часов (заочная форма обучения)	Коды компетенций и личностных результатов, формированию которых способствует элемент программы
1	2	3	3	4
Раздел 1. Алгебра				
Тема 1.1. Матрицы. Основные понятия. Действия над матрицами	Содержание учебного материала	2	1	ОК 1-6, 9 ЛР 2,4,10,13-14, 18,20, 22,32
	Линейные операции над матрицами. Произведение матриц. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Ранг матрицы. Транспонированные матрицы. Матричный многочлен.			
	Практическое занятие	2	-	
	Решение задач по теме «Матрицы. Основные понятия. Действия над матрицами». Решение задач по теме «Матрицы. Основные понятия. Действия над матрицами».			
Тема 1.2. Определители. Свойства определителей	Содержание учебного материала	1	1	ОК 1-6, 9 ЛР 2,4,10,13-14, 18,20, 22,32
	Определители. Свойства определителей. Нахождение определителей второго порядка, третьего порядка, n-го порядка.			
	Практическое занятие	2	-	
	Решение задач по теме «Определители. Свойства определителей».			
Тема 1.3. Системы линейных	Содержание учебного материала	2	1	ОК 1-6, 9 ЛР 2,4,10,13-14,
	Системы линейных уравнений. Метод Крамера.			

уравнений	Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли.			18,20, 22,32
	Практическое занятие	1	-	
	Решение задач по теме «Системы линейных уравнений».			
	Самостоятельная работа обучающихся	5	6	
	Решение задач по темам «Матрицы. Основные понятия. Действия над матрицами»; «Определители. Свойства определителей»; «Системы линейных уравнений».			
Раздел 2. Элементы аналитической геометрии				
Тема 2.1. Векторы. Скалярное произведение векторов	Содержание учебного материала	2	1	ОК 1-6, 9 ЛР 2,4,10,13-14, 18,20, 22,32
	Линейные операции над векторами. Разложение вектора по осям координатных осей. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Нахождение длины вектора. Скалярное произведение векторов. Скалярное произведение векторов, заданных через координаты. Угол между векторами.			
	Практическое занятие	2	-	
	Решение задач по теме «Векторы. Скалярное произведение векторов».			
Раздел 3. Комплексные числа				
Тема 3.1. Комплексные числа. Действия над ними	Содержание учебного материала	2	-	ОК 1-6, 9 ЛР 2,4,10,13-14, 18,20, 22,32
	Алгебраическая форма комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Модуль комплексного числа. Аргумент комплексного числа. Показательная форма комплексного числа.			
	Практическое занятие	1	-	
	Решение задач по теме «Комплексные числа. Действия над ними».			
	Самостоятельная работа обучающихся	3	8	
	Решение задач по темам «Векторы, линейные			

	операции над векторами. Скалярное произведение векторов»; «Комплексные числа. Действия над ними».			
Раздел 4. Математический анализ				
Тема 4.1. Последовательности. Пределы	Содержание учебного материала	1	-	ОК 1-6, 9 ЛР 2,4,10,13-14, 18,20, 22,32
	Определение функции. Определение предела функции. Основные теоремы о пределах функций. Первый и второй замечательные пределы функций. Определение непрерывности функции.			
	Практическое занятие	2	1	
	Решение задач по теме «Последовательности. Пределы».			
Тема 4.2. Производная. Дифференциал функции	Содержание учебного материала	1	-	ОК 1-6, 9 ЛР 2,4,10,13-14, 18,20, 22,32
	Производная. Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частные. Производные основных элементарных функций. Вторая производная. Производная сложной функции.			
	Практическое занятие	2	1	
	Решение задач по теме «Производная. Дифференциал функции».			
	Самостоятельная работа обучающихся	2	6	
	Решение задач по теме «Последовательности. Пределы».			
Тема 4.3. Неопределенный интеграл	Содержание учебного материала	1	-	ОК 1-6, 9 ЛР 2,4,10,13-14, 18,20, 22,32
	Первообразная и интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Вычисления неопределенных интегралов методами: непосредственного интегрирования, подстановки, интегрирования по частям.			

	Практическое занятие	2	1	
	Решение задач по теме «Неопределенный интеграл».			
	Самостоятельная работа обучающихся	2	6	
	Решение задач по теме «Производная. Дифференциал функции».			
Тема 4.4. Определенный интеграл. Дифференциальные уравнения	Содержание учебного материала	1	-	ОК 1-6, 9 ЛР 2,4,10,13-14, 18,20, 22,32
	Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Задача Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Общие и частные решения дифференциальных уравнений.			
	Практическое занятие	2	1	
	Решение задач по теме «Определенный интеграл». Решение задач по теме «Дифференциальные уравнения».			
	Самостоятельная работа обучающихся	3	7	
	Решение задач по темам «Неопределенный интеграл»; «Определенный интеграл. Дифференциальные уравнения».			
Раздел 5. Теория вероятностей и математическая статистика				
Тема 5.1. Классическое определение вероятности	Содержание учебного материала	1	-	ОК 1-6, 9 ЛР 2,4,10,13-14, 18,20, 22,32
	Классическое определение вероятности, свойства вероятностей. Правила комбинаторики. Решение комбинаторных задач. Размещения, сочетания и перестановки.			
	Практическое занятие	2	-	
	Решение задач по теме «Классическое определение вероятности».			
	Самостоятельная работа обучающихся	2	8	
Решение задач по теме «Классическое определение вероятности».				

Промежуточная аттестация	Дифференцированный зачет	2	2	
Всего:		51	51	

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Требования к минимальному материально-техническому обеспечению:

Реализация программы дисциплины требует наличия учебного кабинета -

Кабинет математики и статистики (№208)

Специализированная учебная мебель: рабочее место преподавателя; ученические столы – одностольные 2 шт.; ученические столы – двухместные 23 шт.; доска меловая; стулья 48 шт.;

Технические средства обучения: мультимедийный проектор стационарный; экран проекционный (размер не менее 1200 см); переносной ноутбук;

Печатные наглядные пособия:

«Таблица первообразных», «Формулы дифференцирования», «Значение синуса и косинуса угла», «Формулы тригонометрии», «Логарифмы числа», «Тригонометрические уравнения», «Формулы приведения», «Свойства тригонометрических функций», «Значение тангенса и котангенса угла», «Арифметический квадратный корень», «Квадратные уравнения», «Квадраты натуральных чисел от 10 до 99», «Степени чисел от 2 до 10», «Простые числа от 2 до 997», «Формулы сокращенного умножения»

Специализированное оборудование: набор треугольников, линеек.

3.2. Информационное обеспечение реализации программы

3.2.1. Основная литература

1. Башмаков, М. И., Математика : учебник / М. И. Башмаков. — Москва : КноРус, 2022. — 394 с. — ISBN 978-5-406-09589-8. — URL: <https://book.ru/book/943210> (ЭБС BOOK.RU)

3.2.2. Дополнительная литература

1. Башмаков, М. И., Математика. Практикум : учебно-практическое пособие / М. И. Башмаков, С. Б. Энтина. — Москва : КноРус, 2023. — 294 с. — ISBN 978-5-406-10588-7. — URL: <https://book.ru/book/945228> (ЭБС BOOK.RU)

2. Дзюба, Т. С., Математика. Практикум : учебное пособие / Т. С. Дзюба. — Москва : Русайнс, 2023. — 202 с. — ISBN 978-5-466-03198-0. — URL: <https://book.ru/book/949694> (ЭБС BOOK.RU)

4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Результаты (освоенные умения, усвоенные знания)	Критерии оценки	Методы оценки
<p>Уметь: У1 решать задачи на отыскание производной сложной функции, производных второго и высших порядков; У2 применять основные методы интегрирования при решении задач; У3 применять методы математического анализа при решении задач прикладного характера, в том числе профессиональной направленности.</p>	<p>- реализует теоретический материал при решении задач на отыскание производной сложной функции, производных второго и высших порядков; - демонстрирует умение применять основные методы интегрирования при решении задач; - демонстрирует умение применять методы математического анализа при решении задач прикладного характера, в том числе профессиональной направленности.</p>	<p>Устный опрос Практические задачи Тестовые задания Дифференцированный зачет</p>
<p>Знать: З1 основные понятия и методы математического анализа; З2 основные численные методы решения прикладных задач.</p>	<p>- формулирует основные понятия и методы математического анализа; - демонстрирует знание основных численных методов решения прикладных задач.</p>	<p>Устный опрос Практические задачи Тестовые задания Дифференцированный зачет</p>

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине	ЕН.01 Математика
	(код и наименование)
Специальность	40.02.01 Право и организация социального обеспечения

Йошкар-Ола
2021 г.

1. Паспорт фонда оценочных средств

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации предназначен для оценивания знаний, умений, уровня сформированности компетенций обучающихся по специальности 40.02.01 Право и организация социального обеспечения, по дисциплине «**Математика**».

ФОС составлен на основе *ФГОС СПО*, рабочей программы дисциплины «**Математика**».

Промежуточная аттестация по дисциплине предусмотрена в форме дифференцированного зачета.

1.2. Планируемые результаты освоения учебной дисциплины.

ФОС позволяет оценить результаты освоения учебной дисциплины в соответствии с требованиями рабочей программы.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен **знать**:

З1 основные понятия и методы математического анализа;

З2 основные численные методы решения прикладных задач.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен **уметь**:

У1 решать задачи на отыскание производной сложной функции, производных второго и высших порядков;

У2 применять основные методы интегрирования при решении задач;

У3 применять методы математического анализа при решении задач прикладного характера, в том числе профессиональной направленности.

Компетенции, формируемые в результате освоения дисциплины:

Общие:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 9. Ориентироваться в условиях постоянного изменения правовой базы.

Личностные результаты, формируемые в результате освоения дисциплины:

ЛР 2. Проявляющий активную гражданскую позицию, демонстрирующий приверженность принципам честности, порядочности, открытости, экономически активный и участвующий в студенческом и территориальном самоуправлении, в том числе на условиях добровольчества, продуктивно взаимодействующий и участвующий в деятельности общественных организаций.

ЛР 4. Проявляющий и демонстрирующий уважение к людям труда, осознающий ценность собственного труда. Стремящийся к формированию в сетевой среде лично и профессионального конструктивного «цифрового следа».

ЛР 10. Заботящийся о защите окружающей среды, собственной и чужой

безопасности, в том числе цифровой.

ЛР 13. Демонстрирующий готовность и способность вести с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения в профессиональной деятельности.

ЛР 14. Проявляющий сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.

ЛР 18. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие.

ЛР 20. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

ЛР 22. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.

ЛР 32. Проявлять доброжелательность к окружающим, деликатность, чувство такта и готовность оказать услугу каждому кто в ней нуждается.

1.3. Виды контроля и методы оценки

Предметом оценки служат умения, знания, сформированность общих компетенций

Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по темам

Наименование тем	Виды и методы оценивания			
	Текущий контроль		Промежуточная аттестация	
	Методы оценки	Проверяемые компетенции, умения, знания	Методы оценки	Проверяемые компетенции, умения, знания
Тема 1.1. Матрицы. Основные понятия. Действия над матрицами	Устный опрос Практические задачи Тестовые задания	ОК 1-6, 9 3 2 У 1	дифференцированный зачет	ОК 1-6, 9 3 2 У 1
Тема 1.2. Определители. Свойства определителей	Устный опрос Практические задачи Тестовые задания	ОК 1-6, 9 3 2 У 1	Дифференцированный зачет	ОК 1-6, 9 3 2 У 1
Тема 1.3. Системы линейных уравнений	Устный опрос Практические задачи Тестовые задания	ОК 1-6, 9 3 2 У 1	Дифференцированный зачет	ОК 1-6, 9 3 2 У 1
Тема 2.1. Векторы. Скалярное произведение векторов	Устный опрос Практические задачи Тестовые задания	ОК 1-6, 9 3 2 У 1	Дифференцированный зачет	ОК 1-6, 9 3 2 У 1
Тема 3.1. Комплексные	Устный опрос	ОК 1-6, 9 3 2	Дифференцированный зачет	ОК 1-6, 9 3 2

числа. Действия над ними	Практические задачи Тестовые задания	У 1		У 1
Тема 4.1. Последовательности. Пределы	Устный опрос Практические задачи Тестовые задания	ОК 1-6, 9 3 1 У 1, У 2, У 3	Дифференцированный зачет	ОК 1-6, 9 3 1 У 1, У 2, У 3
Тема 4.2. Производная. Дифференциал функции	Устный опрос Практические задачи Тестовые задания	ОК 1-6, 9 3 1 У 1, У 2, У 3	Дифференцированный зачет	ОК 1-6, 9 3 1 У 1, У 2, У 3
Тема 4.3. Неопределенный интеграл	Устный опрос Практические задачи Тестовые задания	ОК 1-6, 9 3 1 У 1, У 2, У 3	Дифференцированный зачет	ОК 1-6, 9 3 1 У 1, У 2, У 3
Тема 4.4. Определенный интеграл. Дифференциальные уравнения	Устный опрос Практические задачи Тестовые задания	ОК 1-6, 9 3 1 У 1, У 2, У 3	Дифференцированный зачет	ОК 1-6, 9 3 1 У 1, У 2, У 3
Тема 5.1. Классическое определение вероятности	Устный опрос Практические задачи Тестовые задания	ОК 1-6, 9 3 2 У 1	Дифференцированный зачет	ОК 1-6, 9 3 2 У 1

2. Оценочные средства для проведения текущего контроля успеваемости

2.1 Вопросы для устного опроса (собеседования) по темам

1. Понятие и основные свойства функций.
2. Виды элементарных функций. Их определение.
3. Приращение аргумента. Приращение функции. Применение производной.
4. Производная. Геометрический и механический смысл производной.
5. Производные основных элементарных функций.
6. Дифференцирование функции. Перечислите основные правила дифференцирования.
7. Определение дифференциала. Его применение к приближенным вычислениям.
8. Какая функция называется Первообразная функция для функции $f(x)$? Свойства первообразной. Отличие друг от друга различных первообразных функции для данной функции $f(x)$?
9. Определение неопределенного интеграла. Перечислите свойства неопределенного интеграла.
10. Интегрирование. Проверка результата интегрирования. Производная от неопределенного интеграла.
11. Методы интегрирования. Перечислите основные табличные неопределенные интегралы.
12. Определение криволинейной трапеции, определенного интеграла. Перечислите свойства определенного интеграла.
13. Теорема Ньютона-Лейбница. Сходство и различие неопределенного и определенного интегралов.
14. Области применения интеграла. Величины, которые можно вычислить с помощью интеграла.
15. Понятия случайного события, частоты случайного события, достоверности, невозможности, равносильности, несовместности, противоположности событий.
16. Определение вероятности случайного события. Запишите формулу. Теоремы сложения и умножения вероятностей, их формулы.
17. Закон распределения случайной величины. Принцип его составления.
18. Основные характеристики дискретной случайной величины (математическое ожидание, дисперсия). Запишите формулы.
19. Определение статистики. Задачи статистики.
20. Статистическая совокупность. Единицы ее измерения. Учетные признаки.
21. Этапы статистического исследования. Краткая характеристика каждого этапа статистического исследования.
22. Отличие генеральной совокупности от выборочной.
23. Полигон. Гистограмма. Их отличие и сходство.
24. Основные показатели выборки. Их определение.
25. Определение выборочных характеристик: математического ожидания и дисперсии. Формулы для их нахождения.
26. Дискретная случайная величина и непрерывная случайная величина.
27. Пропорция. Основное свойство пропорции. Процент. Задачи на проценты.

Критерии оценивания:

– оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он не только глубоко и прочно усвоил весь программный материал, но и проявил знания, выходящие за его пределы, почерпнутые из дополнительных источников (учебная литература, научно-популярная литература, научные статьи и монографии, сборники научных трудов и интернет-ресурсы и т. п.); умеет самостоятельно обобщать программный материал, не допуская ошибок, проанализировать его с точки зрения различных школ и взглядов;

увязывает знания с практикой; приводит примеры, демонстрирующие глубокое понимание материала или проблемы;

– оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он твердо знает программный материал, грамотно и последовательно его излагает, увязывает с практикой, не допуская существенных неточностей в ответе на вопросы;

– оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он усвоил только основной программный материал, но не знает отдельных положений, в ответе допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала;

– оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он не знает значительной части основного программного материала, в ответе допускает существенные ошибки, неправильные формулировки.

2.2. Перечень практических задач

Определение. Матрицей размером $n \times m$ называется прямоугольная таблица, составленная из $n \cdot m$ чисел и имеющая n строк и m столбцов. Числа α_{ij} , составляющие матрицу, называются элементами матрицы

$$A = (\alpha_{ij}) = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \dots & \alpha_{mn} \end{pmatrix}.$$

Определение. Матрицу A^t называют транспонированной по отношению к матрице A , если она получена из матрицы A заменой строк этой матрицы её столбцами, и, наоборот, столбцов строками.

$$A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = (a_{ij})_{n \times m}.$$

Пример, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$, $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$.

Определение. Квадратная матрица называется треугольной, если все ее элементы, размещенные над главной диагональю (под ней), равны нулю, т.е.

$$A_1 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix} - \text{верхняя треугольная матрица,}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} - \text{нижняя треугольная матрица.}$$

Определение. Матрица, все элементы которой равны нулю, называется нуль-матрицей.

Матрица-строка $A = (a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n})$, матрица-столбец $B = \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \dots \\ b_{m1} \end{pmatrix}$.

Операции над матрицами.

1) Пусть матрицы $A_{m \times n}$ и $B_{m \times n}$ одинаковой размерности. Суммой матриц A и B называется матрица $C_{m \times n}$ той же размерности, каждый элемент которой равен сумме

соответствующих элементов матрицы A и B .

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \text{ для всех } i \text{ и } j.$$

2) Разностью матриц $A_{m \times n}$ и $B_{m \times n}$ одинаковой размерности называется матрица $C_{m \times n}$ той же размерности, каждый элемент которой равен разности соответствующих элементов матрицы A и B .

$$c_{ij} = a_{ij} - b_{ij} \text{ для всех } i \text{ и } j.$$

3) Произведением матриц A на число λ называется матрица C , каждый элемент которой равен $c_{ij} = \lambda a_{ij}$.

4) Матрицу A можно умножить на матрицу B ($A \cdot B = C$) лишь в том случае, когда число столбцов первой матрицы $A_{m \times n}$ равно числу строк второй матрицы $B_{n \times l}$, т.е. $A_{m \times n} \cdot B_{n \times l} = C_{m \times l}$. При этом каждый элемент матрицы-произведения C определяется так:

$$c_{ij} = (a_{i1} \ a_{i2} \ \dots \ a_{in}) \cdot \begin{pmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \dots \\ b_{nj} \end{pmatrix} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj}, \text{ для всех } i \text{ и } j.$$

Т.е., элемент c_{ij} равен сумме произведений элементов i -й строки матрицы A на соответствующие элементы j -го столбца матрицы B .

1. Найти произведение матрицы-строки и матрицы-столбца:

$$1) (5 \ -3) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 5 \cdot 2 + (-3) \cdot 4 = 10 - 12 = -2,$$

$$2) (1 \ -1 \ 3) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} = 1 \cdot 4 + (-1) \cdot 3 + 3 \cdot (-2) = 4 - 3 - 6 = -5,$$

$$3) (-4 \ 1 \ -8) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} = (-4) \cdot 2 + 1 \cdot (-5) + (-8) \cdot 0 = -8 - 5 = -13,$$

$$4) (-2 \ 0 \ 5 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = (-2) \cdot 3 + 0 \cdot (-4) + 5 \cdot 0 + 1 \cdot 5 = -6 + 5 = -1,$$

$$5) (7 \ -1 \ 0 \ 2 \ -3) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 8 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} = 7 \cdot 0 + (-1) \cdot 2 + 0 \cdot 8 + 2 \cdot (-4) + (-3) \cdot (-2) = -2 - 8 + 6 = -4.$$

2. Для заданных матриц A , B , C найти матрицы $3A+2B$, C^T , AB , BA , $C^T B$, $AB+E$, $BA-4C$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{N} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

Решение

$$1.1) 3A+2B = 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 9 & -12 \\ -3 & -3 & 9 \\ 3 & -6 & 15 \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \\ 6 & -2 & 2 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6+2 & 9+0 & -12+6 \\ -3+6 & -3-2 & 9+2 \\ 3+2 & -6+4 & 15+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & -6 \\ 3 & -5 & 11 \\ 5 & -2 & 15 \end{pmatrix};$$

$$1.2) C^T = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & -3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix};$$

$$1.3) A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) + (-4) \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-1) + (-4) \cdot (-2) & 2 \cdot (-4) + 3 \cdot 3 + (-4) \cdot 5 \\ (-1) \cdot 2 + (-1) \cdot (-1) + 3 \cdot 1 & (-1) \cdot 3 + (-1) \cdot (-1) + 3 \cdot (-2) & (-1) \cdot (-4) + (-1) \cdot 3 + 3 \cdot 5 \\ 1 \cdot 2 + (-2) \cdot (-1) + 5 \cdot 1 & 1 \cdot 3 + (-2) \cdot (-1) + 5 \cdot (-2) & 1 \cdot (-4) + (-2) \cdot 3 + 5 \cdot 5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 4-3-4 & 6-3+8 & -8+9-20 \\ -2+1+3 & -3+1-6 & 4-3+15 \\ 2+2+5 & 3+2-10 & -4-6+25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 11 & -19 \\ 2 & -8 & 16 \\ 9 & -5 & 15 \end{pmatrix};$$

$$1.4) A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + (-4) \cdot 1 & 2 \cdot 0 + 3 \cdot (-1) + (-4) \cdot 2 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot 1 + (-4) \cdot 0 \\ (-1) \cdot 1 + (-1) \cdot 3 + 3 \cdot 1 & (-1) \cdot 0 + (-1) \cdot (-1) + 3 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + (-1) \cdot 1 + 3 \cdot 0 \\ 1 \cdot 1 + (-2) \cdot 3 + 5 \cdot 1 & 1 \cdot 0 + (-2) \cdot (-1) + 5 \cdot 2 & 1 \cdot 3 + (-2) \cdot 1 + 5 \cdot 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2+9-4 & -3-8 & 6+3 \\ -1-3+3 & 1+6 & -3-1 \\ 1-6+5 & 2+10 & 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -11 & 9 \\ -1 & 7 & -4 \\ 0 & 12 & 1 \end{pmatrix};$$

$$1.5) B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \cdot 2 + 0 \cdot (-1) + 3 \cdot 1 & 1 \cdot 3 + 0 \cdot (-1) + 3 \cdot (-2) & 1 \cdot (-4) + 0 \cdot 3 + 3 \cdot 5 \\ 3 \cdot 2 + (-1) \cdot (-1) + 1 \cdot 1 & 3 \cdot 3 + (-1) \cdot (-1) + 1 \cdot (-2) & 3 \cdot (-4) + (-1) \cdot 3 + 1 \cdot 5 \\ 1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) + 0 \cdot 1 & 1 \cdot 3 + 2 \cdot (-1) + 0 \cdot (-2) & 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 3 + 0 \cdot 5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2+3 & 3-6 & -4+15 \\ 6+1+1 & 9+1-2 & -12-3+5 \\ 2-2 & 3-2 & -4+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 11 \\ 8 & 8 & -10 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Подчеркнем еще раз, что $AB \neq BA$.

$$1.6) C^T \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + (-2) \cdot 1 & 1 \cdot 0 + 3 \cdot (-1) + (-2) \cdot 2 & 1 \cdot 3 + 3 \cdot 1 + (-2) \cdot 0 \\ (-1) \cdot 1 + (-1) \cdot 3 + 0 \cdot 1 & (-1) \cdot 0 + (-1) \cdot (-1) + 0 \cdot 2 & (-1) \cdot 3 + (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 0 \\ 0 \cdot 1 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 1 & 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) - 3 \cdot 2 & 0 \cdot 3 + 2 \cdot 1 - 3 \cdot 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1+9-2 & -3-4 & 3+3 \\ -1-3 & 1 & -3-1 \\ 6-3 & -2-6 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -7 & 6 \\ -4 & 1 & -4 \\ 3 & -8 & 2 \end{pmatrix};$$

3. Даны матрицы $A_{2 \times 3}$, $B_{3 \times 1}$, $C_{3 \times 3}$. Существуют ли а) AB , б) BA , в) AC , г) CA , д)

ABC, е) ACB, ж) CB, з) CBA?

4. Найдите m и n , если известно, что а) $A_{3 \times 4} \cdot B_{4 \times 5} = C_{m \times n}$; б) $A_{2 \times 3} \cdot B_{m \times n} = C_{2 \times 6}$; в) $A_{2 \times m} \cdot B_{n \times 3} = C_{2 \times 3}$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

5. Даны матрицы:

Найдите а) $A+B$; б) BA ; в) $2A3B$; г) $A+B+A^T+B^T$; д) $A \times B$; е) $B \times A$; ж) A^{-1} ; з) B^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

6. Даны матрицы:

Найдите а) $C = A^{-1} * B + B^T$; б) A^{-1} ; в) B^{-1} ; г) C^{-1} ; д) $A \times B$; е) $B \times A$; ж) A^{-1} ; з) B^{-1} .

7. Вычислите определители:

1. $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$.

2. $\begin{vmatrix} -4 & 5 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}$.

3. $\begin{vmatrix} 7 & 0 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}$.

4. $\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}$.

5. $\begin{vmatrix} \sqrt{a} & a \\ -1 & \sqrt{a} \end{vmatrix}$.

6. $\begin{vmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix}$.

7. $\begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta \end{vmatrix}$.

8. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$.

8. Найдите все значения параметра a , при которых система $\begin{cases} 5x + 6y = 13 \\ ax - 8y = 18 \end{cases}$ имеет единственное решение.

9. Найдите все значения параметра b , при которых система $\begin{cases} 6x - 6y = 24 \\ 4x - 8y = 20 \end{cases}$ не имеет решений.

10. Найдите все значения a , при которых система

$$\begin{cases} 7x - 2ay = 5 \\ (4 - 5a)x - 4ay = 7 \end{cases}$$

не имеет решений.

11.

Задача.

Найти скалярное произведение векторов

$$(\vec{3a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 3\vec{b}) \text{ если } |\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 7, \angle(\vec{a}; \vec{b}) = 30^\circ.$$

Решение:

$$(3a + b) \cdot (a + 3b) =$$

12. Представить в показательной и тригонометрической формах комплексное число $z=2-2i$

13. Найти производные заданных функций

А) $y = 4x^3 + 3\sqrt{x} - \frac{2}{x^2};$

Б) $y = \sin x \cdot e^x$

14. Для матриц A, B, C вычислить:

1) $3A^T - 4B,$ 2) $2B^T + 5A,$ 3) $AB + 5E,$

4) $AC + 2B^T,$ 5) $CB - 2A^T,$ 6) $(C^T)^2 - 4E,$ если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

15. Для матриц A, B, C вычислить:

1) $5A - 2B + 3C,$ 2) $2A^T - 3C^T + B^T,$

3) $AB - BA,$ 4) $A^2 - B^2,$ если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 1 & -5 & 5 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

16. Найти произведение матриц:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix};$ 2) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix};$

3) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 6 \\ -3 & 2 \end{pmatrix};$ 4) $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix};$

5) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix};$ 6) $(1 \ 2 \ -3) \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 3 \\ 2 & 6 & 0 \end{pmatrix};$

7) $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 4 & 4 \\ -3 & -5 & -4 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix};$ 8) $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Критерии оценивания:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он самостоятельно и

правильно решил практическую задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия

Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он самостоятельно и в основном правильно, с неточностями, решил практическую задачу, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагал свое решение, используя профессиональные понятия.

Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он в основном решил практическую задачу, допустил несущественные ошибки, слабо аргументировал свое решение, используя в основном профессиональные понятия.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он не решил практическую задачу.

2.3. Тестовые задания

Инструкция по выполнению заданий № 1 – 2: соотнесите содержание столбца 1 с содержанием 2. Запишите в соответствующие строки бланка ответов букву из столбца 2, обозначающую правильный ответ на вопросы столбца 1. В результате выполнения Вы получите последовательность букв. Например, 1-В,2-А,3-Б

1. Установите соответствие между функциями и их производными:

Функция.

1) $y = x^4$.

2) $y = \cos x$.

3) $y = 7x + 5$.

Производная функции.

А) $-\sin x$.

Б) $4x^3$.

В) $-\cos x$.

Г) 7.

1 – Б, 2 – А, 3 – Г

2. Установите соответствие между определёнными интегралами и их значениями:

Определённый интеграл.

1) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

2) $\int_{-1}^2 \frac{dx}{x^2}$.

3) $\int_1^3 x dx$.

Значение определённого интеграла.

А) 0,5.

Б) 4.

В) -1.

Г) 2.

1 – В, 2 – А, 3 – Б

Инструкция по выполнению заданий № 3 – 9: выберите цифру, соответствующую правильному варианту ответа и запишите ее в бланк ответов.

3. Укажите правильную запись следующей выборки 4,4,6,6,13,10,3,3,3,17,9 в виде вариационного и статистического рядов соответственно:

- 1) 3,4,6,9,10,13,17 и 3,3,3,4,4,6,6,9,10, 13,17
- 2) 9,17,3,3,3,10,13,6,6,4,4 и 17,13,10,9,6,4,3
- 3) 3,3,3,4,4,6,6,9,10,13,17 и 3,4,6,9,10,13,17
- 4) 17,13,10,9,6,4,3 и 9,17,3,3,3,10,13,6,6,4,4

4. Укажите формулу для нахождения производной показательной функции:

- 1) $(a^x)' = a^x \ln a$.
- 2) $(\sin x)' = -\cos x$.
- 3) $(x^n)' = nx^{n-1}$.
- 4) $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$.

5. Чему равен неопределённый интеграл от алгебраической суммы функций?

- 1) Произведению неопределённых интегралов от каждой функции
- 2) Нулю
- 3) Произвольной постоянной
- 4) Алгебраической сумме неопределённых интегралов от слагаемых функций

6. Как называется действие по нахождению интеграла от функции?

- 1) Дифференцирование
- 2) Потенцирование
- 3) Логарифмирование
- 4) Интегрирование

7. Найдите точки экстремума функции $y = 12x - 3x^2$.

- 1) $x = 2$.
- 2) $x = 0$.
- 3) $x = 0; x = 1$.
- 4) $x = 1,5$.

8. Найдите общий вид первообразных для функции $y = 2x$.

- 1) $F = x + C$.
- 2) $F = 2x + C$.
- 3) $F = 2x^2 + C$.
- 4) $F = x^2 + C$.

9. Вычислите значение производной функции $f(x) = x^2 - 3x$ в точке $x = 2$.

- 1) -1
- 2) 1
- 3) 3
- 4) -3

Инструкция по выполнению заданий № 10 – 17: в соответствующую строку бланка ответов запишите краткий ответ на вопрос, окончание предложения, пропущенные слова или формулы.

10. Сотая часть числа называется, одним _____ этого числа.
(процентом)

11. В записи $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ числа b и c называются _____ членами пропорции.
(средними)

12. Вероятность _____ события равна нулю.
(невозможного)

13. Число A называется _____ величины x , если в процессе своего изменения x неограниченно приближается к A .
(пределом)

14. Предел отношения приращения функции Δf к приращению аргумента Δx при стремлении приращения аргумента к нулю называется _____ функции $f(x)$ и обозначается $f'(x)$.
(производной)

15. Если производная при переходе через точку x_0 меняет свой знак с минуса на плюс, то x_0 является точкой _____ данной функции.
(минимума)

16. Совокупность всех первообразных функции $f(x)$ называется неопределённым _____ от этой функции и обозначается $\int f(x)dx = F(x) + C$.
(интегралом)

17. Производная произведения двух функций u и v вычисляется по формуле _____ в предположении, что производные u' и v' существуют.
 $(u \cdot v)' = u' \cdot v + v' \cdot u$ _

Критерии оценивания:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на 90-100% от общего числа вопросов тестовых заданий.

Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на 70-89% от общего числа вопросов тестовых заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на 50-69% от общего числа вопросов тестовых заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он правильно ответил менее чем на 50% от общего числа вопросов тестовых заданий.

3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

3.1. Примерные тестовые задания

Инструкция по выполнению заданий № 1 – 2: соотнесите содержание столбца 1 с содержанием 2. Запишите в соответствующие строки бланка ответов букву из столбца 2, обозначающую правильный ответ на вопросы столбца 1. В результате выполнения Вы получите последовательность букв. Например, 1-В,2-А,3-Б.

1. Установите соответствие между функциями и их производными:

Функция.

1) $y = x^6$.

2) $y = \sin x$.

3) $y = 3x - 2$.

Производная функции.

А) $\cos x$.

Б) 3.

В) $3x - 2$.

Г) $6x^5$.

1 – Г, 2 – А, 3 – Б

2. Установите соответствие между определёнными интегралами и их значениями:

Определённый интеграл.

1) $\int_2^3 2x dx$.

2) $\int_{\pi}^{2\pi} \sin x dx$.

3) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^3}$.

Значение определённого интеграла.

А) -2

Б) 5

В) 0

Г) 1

1 – Б, 2 – А, 3 – В

Инструкция по выполнению заданий № 3 – 10: выберите цифру, соответствующую правильному варианту ответа и запишите ее в бланк ответов.

3. Как называется набор случайно отобранных объектов из генеральной совокупности?

1) Выборочная совокупность (выборка)

2) Массив

3) База данных

4) Генеральная совокупность

4. Укажите правильную запись следующей выборки 2,7,5,5,12,10,3,1,1,18,7 в виде вариационного и статистического рядов соответственно:

- 1) 1,2,3,5,7,10,12,18 и 1,1,2,3,5,5,7,7,10,12,18
- 2) 1,1,2,3,5,5,7,7,10,12,18 и 1,2,3,5,7,10,12,18
- 3) 2,7,5,5,12,10,3,1,1,18,7 и 7,18,1,1,3,10,12,5,5,7,2
- 4) 7,18,1,1,3,10,12,5,5,7,2 и 2,7,5,5,12,10,3,1,1,18,7

5. Укажите формулу для нахождения производной степенной функции:

- 1) $(e^x)' = e^x$.
- 2) $(\sin x)' = -\cos x$.
- 3) $(x^n)' = nx^{n-1}$.
- 4) $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$.

6. Чему равен неопределённый интеграл от дифференциала функции?

- 1) Этой функции плюс произвольная постоянная.
- 2) Нулю.
- 3) Произвольной постоянной.
- 4) Подынтегральному выражению.

7. Как называется действие по нахождению производной функции?

- 1) Дифференцирование
- 2) Потенцирование
- 3) Логарифмирование
- 4) Интегрирование

8. Найдите точки экстремума функции $y = 2x^2 - 12x$.

- 1) $x = 2$.
- 2) $x = 0$; $x = 1$.
- 3) $x = 3$.
- 4) $x = 1,5$.

9. Найдите общий вид первообразных для функции $y = 4x$.

- 1) $F = x + C$.
- 2) $F = 2x + C$.
- 3) $F = 2x^2 + C$.
- 4) $F = x^2 + C$.

10. Вычислите значение производной функции $f(x) = x^2 - 3x$ в точке $x = 3$.

- 1) 1.
- 2) 3.
- 3) 2.
- 4) 4.

Инструкция по выполнению заданий № 11 – 18: в соответствующую строку бланка ответов запишите краткий ответ на вопрос, окончание предложения, пропущенные слова или формулы.

11. Каким символом заменяется слово «процент»?
(%)

12. В записи $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ числа a и d называются _____ членами пропорции.
(крайними)

13. Вероятность наступления случайного события есть отношение числа _____ исходов к общему числу равновозможных исходов.
(благоприятствующих)

14. Запишите с помощью формулы предложение «Предел функции $(x^2 - 3x + 4)$ при x стремящемся к бесконечности».
 $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 3x + 4)$

15. Для дифференцируемости функции f в точке x_0 необходимо и достаточно, чтобы она имела _____ в этой точке.
(производную)

16. Если производная при переходе через точку x_0 меняет свой знак с плюса на минус, то x_0 является точкой _____ данной функции.
(максимума)

17. Функция $F(x)$ называется _____ для функции $f(x)$, если $F'(x) = f(x)$.
(первообразной)

18. Если функции u и v имеют в точке x производные и если $v \neq 0$, то в этой точке существует производная их частного, которая вычисляется по формуле _____.

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

Критерии оценивания:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на 90-100% от общего числа вопросов тестовых заданий.

Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на 70-89% от общего числа вопросов тестовых заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он правильно ответил на 50-69% от общего числа вопросов тестовых заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он правильно ответил менее чем на 50% от общего числа вопросов тестовых заданий.

3.2. Примерный перечень вопросов к дифференцированному зачету

1. Линейные операции над матрицами.
2. Произведение матриц.
3. Приведение матрицы к ступенчатому виду.
4. Ранг матрицы.
5. Транспонированные матрицы.
6. Матричный многочлен.
7. Определители. Свойства определителей.

8. Нахождение определителей второго порядка, третьего порядка, n-го порядка.
9. Системы линейных уравнений.
10. Метод Крамера.
11. Метод Гаусса.
12. Теорема Кронекера-Капелли.
13. Линейные операции над векторами.
14. Разложение вектора по ортам координатных осей.
15. Расстояние между двумя точками.
16. Деление отрезка в данном отношении.
17. Нахождение длины вектора.
18. Скалярное произведение векторов.
19. Скалярное произведение векторов, заданных через координаты.
20. Угол между векторами.
21. Алгебраическая форма комплексного числа.
22. Тригонометрическая форма комплексного числа.
23. Модуль комплексного числа.
24. Аргумент комплексного числа.
25. Показательная форма комплексного числа.
26. Определение функции. Определение предела функции.
27. Основные теоремы о пределах функций.
28. Первый и второй замечательные пределы функций.
29. Определение непрерывности функции.
30. Производная. Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл.
31. Уравнение касательной к графику функции.
32. Производные суммы, разности, произведения, частные.
33. Производные основных элементарных функций.
34. Вторая производная.
35. Производная сложной функции.
36. Первообразная и интеграл.
37. Основные свойства неопределенного интеграла. Вычисления неопределенных интегралов методами: непосредственного интегрирования, подстановки, интегрирования по частям.
38. Основные свойства определенного интеграла.
39. Формула Ньютона-Лейбница.
40. Задача Коши.
41. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
42. Общие и частные решения дифференциальных уравнений.
43. Классическое определение вероятности, свойства вероятностей.
44. Правила комбинаторики.
45. Решение комбинаторных задач. Размещения, сочетания и перестановки.

Критерии оценивания:

Оценка «**отлично**» выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил программный материал курса, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами и вопросами, не затрудняется с ответами при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятые решения, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «**хорошо**» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал курса, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении

практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушение логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических задач

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если обнаруживается незнание процессов предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, не умением давать аргументированные ответы, отсутствием логичности и последовательности при изложении материала. Допускаются серьезные ошибки в содержании ответа.

3.3 Примерный перечень практических заданий к дифференцированному зачету

1. Найти произведение матрицы-строки и матрицы-столбца:

$$1) (5 \quad -3) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = 5 \cdot 2 + (-3) \cdot 4 = 10 - 12 = -2,$$

$$2) (1 \quad -1 \quad 3) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} = 1 \cdot 4 + (-1) \cdot 3 + 3 \cdot (-2) = 4 - 3 - 6 = -5,$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Даны матрицы:

Найдите а) $C = A^{-1} * B + B^T$; б) A^{-1} ; в) B^{-1} ; г) C^{-1} ; д) $A \times B$; е) $B \times A$; ж) A^{-1} ; з) B^{-1} .

3. Вычислите определители:

$$1. \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$2. \begin{vmatrix} -4 & 5 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$3. \begin{vmatrix} 7 & 0 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$4. \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}.$$

4. Найдите все значения параметра а, при которых система

$$\begin{cases} 5x + 6y = 13 \\ ax - 8y = 18 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

5. 16. Найти произведение матриц:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix};$$

$$2) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 6 \\ -3 & 2 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix};$$

Критерии оценивания:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если он правильно выполнил практическое задание: в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Показал отличные умения в рамках освоенного учебного материала.

Оценка **«хорошо»** выставляется обучающемуся, если он выполнил практическое задание с небольшими неточностями; обоснования шагов решения недостаточны. Показал хорошие умения в рамках освоенного учебного материала.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется обучающемуся, если он выполнил практическое задание с существенными неточностями. Показал удовлетворительные умения в рамках освоенного учебного материала.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется обучающемуся, если он при выполнении практического задания допустил существенные ошибки, продемонстрировал недостаточный уровень умений.